

第三回熱力学レポート補足

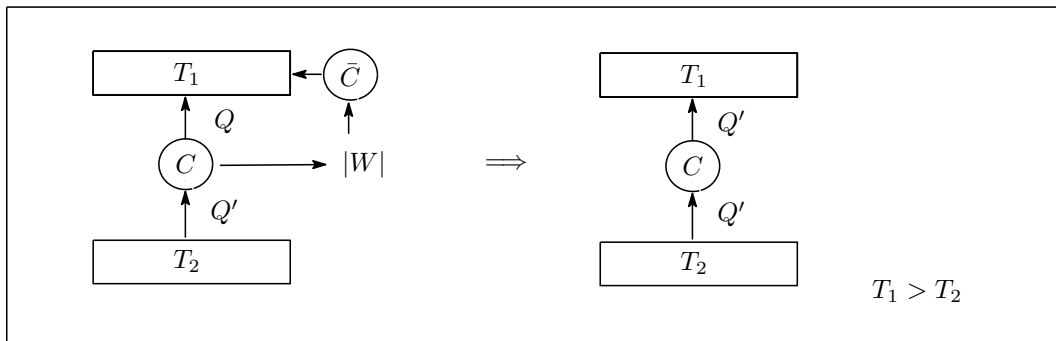
今回はざっくりです。何か間違い等があれば教えてくれると助かります。むしろ見たからには間違いがないかどうか確かめていただきたいです m(-_-)m

1 Carnot サイクル

1.1 正の仕事をすることを示す

背理法を使います。 $W = 0$ となるとき、 $W < 0$ となるとき、で場合分けします。

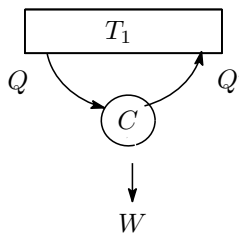
- $W = 0$ としたときは、考えている Carnot サイクルの逆サイクルを考えると、Clausius の原理に反するので矛盾。
- $W < 0$ としたときも逆サイクルを考えると、低温の R_2 から Q' 熱を吸収し、外部に $|W|$ の仕事をして、高温の R_1 に Q の熱を放出したことになります。 $|W|$ を全て熱に変えるようなサイクルを持ってきて、 R_1 にその熱を与えれば、全体として R_2 の熱がそのまま R_1 に移ったことになり、Clausius の原理に反するので矛盾。



1.2 一つの熱源からは仕事や熱を取り出せない

下のようなサイクルを考えましょう。 T_1 の熱源から Q の熱を吸収して、外部に W の仕事をして、熱源に Q' の熱を放出するサイクルです。

...一見すると一瞬でわかるような気がするのですが、考え違いなのでしょうか...。何か気づいた点があれば教えてください。¹

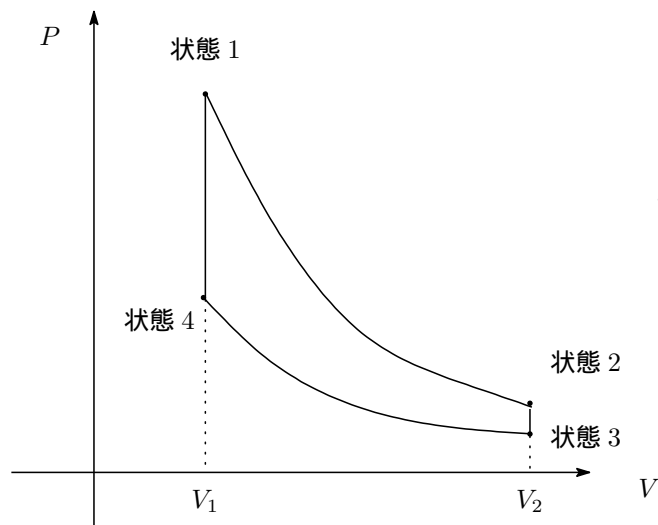


- $W \neq 0$ とすると、このサイクルは熱源から吸収した熱を完全に仕事に変換したことになります。Kelvin に反します。
- あとは第一法則から $Q = Q'$ で、熱源から吸収した熱は全て熱源に返されたことになります。取り込んだ熱は差し引き 0 です。

¹初め、問題文の「取り込んだ熱」を Q のことだと考えていたせいで、どう考えても 0 にならない場合が存在するな...と悩んでいました。等温状態で熱源から 0 でない熱を受け取って、同じ量の熱を返すことは可能ですね。ちょびちょび動かせば。

2 Ottoサイクルの熱効率

Ottoサイクルのグラフは下のようになります。



ただし、

状態 1 状態 2 : 断熱過程

状態 2 状態 3 : 定積過程

状態 3 状態 4 : 断熱過程

状態 4 状態 1 : 定積過程

となっています。このサイクルが理想気体を扱っているので、マイヤーの関係式が使えることにも注意しましょう。

ここで、熱効率の定義は $\eta = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}}$ であったので、題意を示すには $\frac{|Q_{out}|}{Q_{in}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$ を示せば良い。
熱を吸収したのは 4 → 1、放出したのは 2 → 3 だけで、どちらも定積過程なので

$$|Q_{out}| = |C_v(T_3 - T_2)| = C_v(T_2 - T_3) \quad (1)$$

$$Q_{in} = C_v(T_1 - T_4) \quad (2)$$

となります。一方、1 → 2、3 → 4 での断熱過程では、状態 k での温度を T_k としてマイヤーの関係式を用いると

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad (3)$$

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \quad (4)$$

となります。

以上の式を使って T_k を消去すると、 $\frac{|Q_{out}|}{Q_{in}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$ が導けます。